

5 (3)① $\triangle ABC$ において三平方の定理より、 $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{8^2 - 6^2} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$ (cm)である。

$\triangle ABE \equiv \triangle AFE$ より、 $AF = AB = 8$ cmだから、 $CF = AF - AC = 2$ (cm)である。

よって、 $\triangle BCF$ において三平方の定理より、

$$BF = \sqrt{BC^2 + CF^2} = \sqrt{(2\sqrt{7})^2 + 2^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \text{ (cm) である。}$$

② 点CからABに垂線CIを引く。 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times BC \times AC = 6\sqrt{7}$ (cm²)で、

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times AB \times CI \text{ より、 } 6\sqrt{7} = \frac{1}{2} \times 8 \times CI$$

$$CI = \frac{3}{2}\sqrt{7} \text{ (cm) だから、 } \triangle CHG = \frac{1}{2} \times HG \times CI = \frac{3}{4}\sqrt{7}HG \cdots (i)$$

$\triangle ACD \sim \triangle BCF$ (証明略)より、 $AC : BC = CD : CF$

$$6 : 2\sqrt{7} = CD : 2 \quad CD = \frac{6 \times 2}{2\sqrt{7}} = \frac{6}{\sqrt{7}}\sqrt{7} \text{ (cm)}$$

$$\text{よって、 } \triangle CDF = \frac{1}{2} \times CD \times CF = \frac{1}{2} \times \frac{6}{\sqrt{7}}\sqrt{7} \times 2 = \frac{6}{\sqrt{7}}\sqrt{7} \text{ (cm}^2\text{) である。}$$

また、 $\triangle ABE \equiv \triangle AFE$ より、 $BE = FE$ だから、

$$BE = EF = \frac{1}{2} \times BF = 2\sqrt{2} \text{ (cm) である。}$$

$$\triangle ACD \sim \triangle BED \text{ (証明略)より、 } AC : BE = CD : ED \quad 6 : 2\sqrt{2} = \frac{6}{\sqrt{7}}\sqrt{7} : ED$$

$$ED = 2\sqrt{2} \times \frac{6}{\sqrt{7}}\sqrt{7} \times \frac{1}{6} = \frac{2}{\sqrt{7}}\sqrt{14} \text{ (cm)}$$

$$\text{したがって、 } \triangle DEF = \frac{1}{2} \times ED \times EF = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{7}}\sqrt{14} \times 2\sqrt{2} = \frac{4}{\sqrt{7}}\sqrt{7} \text{ (cm}^2\text{) である。}$$

$$\text{四角形CDEFの面積は、 } \triangle CDF + \triangle DEF = \frac{10}{\sqrt{7}}\sqrt{7} \text{ (cm}^2\text{)} \cdots (ii)$$

$$(i) = (ii) \text{ より、 } \frac{3}{4}\sqrt{7}HG = \frac{10}{\sqrt{7}}\sqrt{7} \quad HG = \frac{40}{21} \text{ (cm)}$$